Pour le 1 septembre 2022
Devoir-Maison 1

Exercice 0.1. *Montrer que les ensembles suivants sont des espaces vectoriels et préciser leur dimension :*

1. $F_1 = \{(x;y;z) \in \mathbb{R}^3; 4x - 3y + 2z = 0\}$
2. $F_2 = \left\{(x;y;z) \in \mathbb{R}^3; \left\{ \begin{array}{l} 4x - 3y + 2z = 0 \\ x + 5y - 3z = 0 \end{array} \right. \right\}$
3. $F_3 = \{f \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R}, \mathbb{R}), 2f'' - 3f' + f = 0\}$
4. $F_4 = \{P \in \mathbb{R}_3[X], P'(2) = 0\}$.

Exercice 0.2. *Soit f l'application de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ telle que :*

$$f(x,y) = (3x - 2y, 2x + 6y)$$

1. *Déterminer la matrice de f dans la base canonique.*
2. *Soient $v_1 = (3,2)$ et $v_2 = (-1,4)$.*
   Montrer que (v_1, v_2) est une base de $\mathbb{R}^2$.
3. *Déterminer la matrice de passage P de la base canonique à la base (v_1, v_2).*
4. *Déterminer la matrice de f dans la base (v_1, v_2).*

Exercice 0.3. *Soit $n \in \mathbb{N}$. On considère φ l'application définie sur $\mathbb{R}_n[X]$ par :*

$$\begin{aligned} \mathbb{R}_n[X] &\longrightarrow \mathbb{R}[X] \\ P &\longmapsto P' - P \end{aligned}$$

1. *Montrer que φ est un endomorphisme $\mathbb{R}_n[X]$.*
2. *Pour $n = 2$, déterminer la matrice représentative de φ dans la base canonique de $\mathbb{R}_2[X]$.*