# Chap. 11 : Les matrices.

## Fabriquons nos outils…

Sous Python, une matrice peut se représenter comme une liste de listes représentant les lignes.

Par exemple, $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ sera créée avec :

Pour obtenir :

- le terme $M_{i,j}$ situé sur la ligne $i$ et la colonne $j$ , on entrera : $M[i][j]$ .
- la $i^{ème}$ ligne, on entrera : $M[i]$

Attention : le premier élément d'une liste étant indexé par 0, la première ligne sera $M[0]$ .

```
>>> M[0]
[1, 2]
>>> M[0][1]
2
>>> M[1][0]
5
```

**Exercice 0 :** écrire la fonction $unite(n)$ qui reçoit un nombre entier naturel $n \geq 1$ en paramètre et qui renvoie la matrice identité d'ordre n.

```
>>> unite(3)
[[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1]]
```

**Exercice 1 :** Ecrire les fonctions $lig(M)$ et $cols(M)$ recevant en paramètre une matrice et qui renvoie le nombre de lignes, le nombre de colonnes.

**Définition :** la transposée d'une matrice $M = (M_{i,j})_{\substack{1\leq i\leq n \\ 1\leq j\leq m}}$ est égale à la matrice ${}^tM = (M_{j,i})_{\substack{1\leq i\leq n \\ 1\leq j\leq m}}$ .

**Exemple :** si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ alors ${}^tA = .$

**Exercice2 :** Ecrire la fonction $transpose(M)$ qui reçoit une matrice en paramètre et qui renvoie sa transposée.

**Définition :** la somme de deux matrices $M=(M_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}$ et $N=(N_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}$ ayant le même nombre de lignes et le même nombre de colonnes est la matrice $M+N=(M_{i,j}+N_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}$.

**Exemple** : $\begin{pmatrix}1&2\\3&4\\5&6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&2\\5&8\\3&1\end{pmatrix}=$.

**Exercice3 :** Ecrire la fonction $somm(M,N)$ qui reçoit deux matrices en paramètre et qui renvoie leur somme lorsqu'elle est calculable.

```
>>> A=[[1,2,3],[1,0,4]]
>>> B=[[0,5,2],[3,2,1]]
>>> somm(A,B)
[[1, 7, 5], [4, 2, 5]]
>>> C=[[2,3],[0,5]]
>>> somm(A,C)
'tailles non compatibles'
```

**Définition :** soit $k\in\mathbb{R}$ et $M=(M_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}$, la matrice on définit $kM=(kM_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}$.

**Exercice4 :** Ecrire la fonction $prodscal(k,M)$ qui reçoit un nombre réel et une matrice en paramètres et qui renvoie le produit de M par k.

```
>>> A
[[1, 2, 3], [1, 0, 4]]
>>> prodscal(3,M)
[[3, 6, 9], [12, 15, 6]]
```

**Définition :** soit $A=(a_{ij})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}$ et $B=(b_{ij})_{\substack{1\le i\le m\\1\le j\le p}}$. On définit la matrice produit $A\times B=C$ avec $C=(c_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le p}}$ par $c_{i,j}=\sum_{k=1}^{m}a_{ik}b_{kj}$.

**Exemple :** $\begin{pmatrix}1&0&2\\3&1&4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1&2\\5&3\\0&7\end{pmatrix}=$

**Exercice5 :** Ecrire la fonction $prod(A,B)$ qui reçoit deux matrices en paramètre et qui renvoie leur produit lorsqu'il est calculable.

```
>>> A=[[1,2,3],[0,1,2]]
>>> B=[[0,1],[2,1],[3,4]]
>>> prod(A,B)
[[13, 15], [8, 9]]
```

**Exercice 6 :** Ecrire la fonction $puism(M,n)$ qui reçoit une matrice carrée et un entier naturel $n \geq 0$ en paramètres et qui renvoie la matrice $M^n = \underbrace{M \times ... \times M}_{n\ fois}$ . Par convention : $M^0 = I$ .

On optera de préférence pour une version récursive.

```
>>> A=[[1,0],[2,3]]
>>> puism(A,2)
[[1, 0], [8, 9]]
>>> puism(A,0)
[[1, 0], [0, 1]]
```

**Définition** : la trace d'une matrice carrée est la somme de ses termes diagonaux.

**Exercice 7 :** Ecrire la fonction $trace(M)$ qui reçoit une matrice carrée en paramètre et qui renvoie sa trace.

```
>>> A=[[1,2,3],[0,2,3],[4,3,2]]
>>> trace(A)
5
```