

Interrogation 3

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction 2π -périodique définie par :

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\pi-t}{2} & \text{si } t \in]0; 2\pi[\\ 0 & \text{si } t = 0 \end{cases}$$

1. Dessiner le graphe de la fonction f .
2. Justifier que f est une fonction impaire.
3. Justifier que f est égale à série de Fourier sur \mathbb{R} .
4. Déterminer la série de Fourier de f .
5. En déduire la convergence et la valeur de $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n}$ et $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$.

