

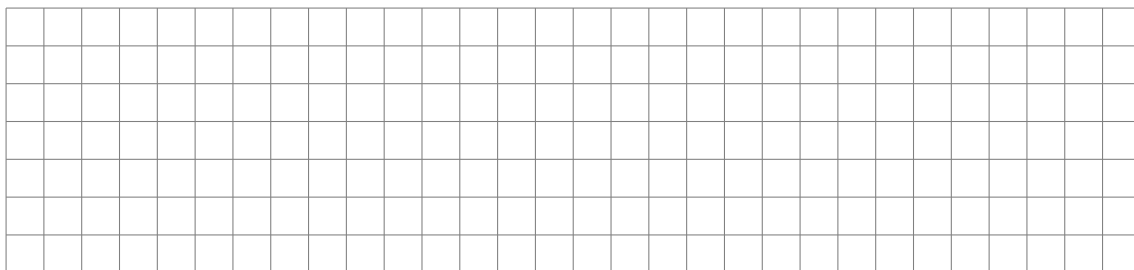


**Exercice 0.2.** *Un professeur oublie fréquemment ses clés. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on note :  $E_n$  l'événement « le jour  $n$ , le professeur oublie ses clés »,  $P_n = P(E_n), Q_n = P(\overline{E_n})$ .*

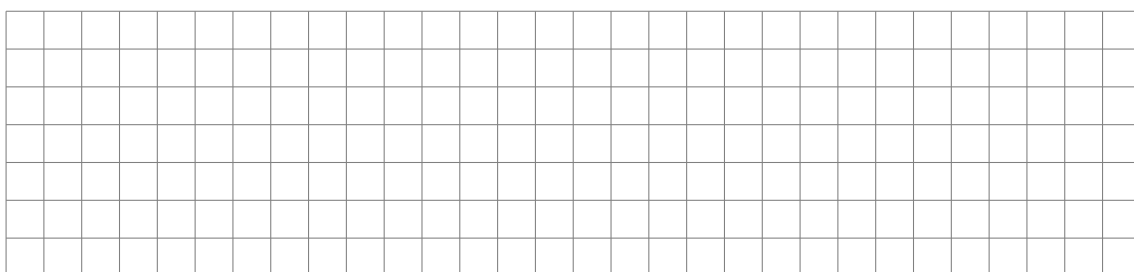
*On suppose que :  $P_1 = a \in [0;1]$  est donné et que :*

- *si le jour  $n$  il oublie ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité  $\frac{1}{10}$  ;*
- *si le jour  $n$  il n'oublie pas ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité  $\frac{4}{10}$ .*

1. *Montrer que  $P_{n+1} = \frac{1}{10}P_n + \frac{4}{10}Q_n$ .*



2. *Montrer que la suite  $\left(P_n - \frac{4}{13}\right)$  est géométrique.*



3. *Quelle est la probabilité de l'événement "le jour  $n$ , le professeur oublie ses clés" ?*

