Devoir Surveillé 1

Durée : 2 heures
Calculatrice interdite

Exercice 0.1. *Le plan est muni d'un repère orthonormé direct* $\mathscr{R} = (0; \vec{i}, \vec{j})$.
Soit $\mathscr{D}$ *la droite dont une représentation paramétrique est :*

$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

1. *Donner une équation cartésienne de* $\mathscr{D}$.
2. *On considère la famille de droites* (Δ_m) *d'équations cartésiennes*

$$(\Delta_m) : mx + (m-1)y + 2 = 0$$

Donner la valeur de m *telle que* (Δ_m) *est parallèle à* $\mathscr{D}$.

3. *Déterminer les coordonnées du point d'intersection de* (Δ_m) *et* $\mathscr{D}$ *lorsqu'elles sont sécantes.*
4. *Soit le point* $B(-2; 2)$. *Calculer la distance du point* B *à la droite* (Δ_m). *Que peut-on en conclure ?*

Exercice 0.2. *On donne dans le plan muni d'un repère orthonormé direct* $\mathscr{R} = (0; \vec{i}, \vec{j})$ *:*

$$A(1; -2),\ B(-3; 4) \text{ et } \mathscr{D} : 3x - y + 4 = 0$$

1. *Donner deux points à coordonnées entières de la droite* $\mathscr{D}$, *tracer la droite* $\mathscr{D}$ *puis placer les points* A *et* B.
2. *Déterminer une équation cartésienne de la droite* (AB).
3. *On note* I *le point d'intersection des droites* (AB) *et* $\mathscr{D}$, *déterminer par le calcul les coordonnées du point* I *et vérifier graphiquement le résultat obtenu.*
4. *Soit* J *le point de* $\mathscr{D}$ *d'abscisse nulle, déterminer la distance de* J *à la droite* (AB).
5. *Soit le point* $C(-3; 3)$ *et* H *le projeté orthogonal de* C *sur la droite* $\mathscr{D}$. *Placer* H *sur le repère puis déterminer les coordonnées du point* H *par le calcul.*
6. *Soit* $\mathscr{C}$ *le cercle d'équation* $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 11 = 0$. *Déterminer les coordonnées du centre ainsi que le rayon de ce cercle.*
7. *Déterminer les éventuels points d'intersection entre le cercle* $\mathscr{C}$ *et la droite* $\mathscr{D}$.

8. *Donner une équation de la droite* (Δ), *tangente au cercle en* $K(-4;-1)$.

Exercice 0.3. *Soit la fonction* f *définie sur* $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$.

1. *Factoriser* $f(x)$ *le plus possible.*
2. *Résoudre l'inéquation* $f(x) > 0$.
3. *Résoudre l'équation* $\frac{2x^3-x^2-5x-2}{2x+1} = 0$