

Devoir-Maison 4

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{\ln(x^2)+1}{\ln(x^2)-1}$.

1. Déterminer le domaine de définition \mathcal{D}_f .
2. Étudier la parité de f . Qu'en déduire éventuellement pour \mathcal{C}_f et à quel ensemble peut-on alors réduire le domaine d'étude de f ?
3. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Interpréter graphiquement ces dernières.
4. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}_+ - \{0, \sqrt{e}\}$, $f'(x) = \frac{-4}{x(\ln(x^2)-1)^2}$.
5. Construire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}_+ - \{0, \sqrt{e}\}$.
6. En posant $f(0) = 1$, déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$.
Interpréter graphiquement ce résultat.
7. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}_+ - \{0, \sqrt{e}\}$.
Comment interpréter graphiquement les solutions de cette équation?
8. Donner l'équation réduite de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse $\frac{1}{\sqrt{e}}$.
9. Donner une ébauche de \mathcal{C}_f dans un repère orthonormé direct du plan dont on choisira judicieusement l'unité graphique.