

Devoir-Maison 2

Exercice 0.1. Résoudre par le calcul les équations et inéquations suivantes :

1. $|x^2 + 2x + 3| = |x + 3|$
2. $|2x + 4| + |x - 1| = 5$

De plus, on donnera une représentation graphique de chacune de ces équations.

Exercice 0.2. Étudier les limites suivantes :

1. $\frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2}$ en 1
2. $\frac{x+\cos x}{x+\sin x}$ en $+\infty$
3. $\frac{\sqrt{2x^2+5x+9}-3}{x}$ en 0
4. $\frac{\cos^2 x - 1}{x}$ en 0

Indication : on pourra factoriser $\cos^2 x - 1$ en utilisant une identité remarquable puis faire apparaître un taux d'accroissement.

Exercice 0.3. Démontrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 1$, on a :

$$S_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$