

## Pour le 7 octobre 2022

### Devoir-Maison 3

On considère la fonction  $f : t \mapsto \frac{\arctan(t)}{t^2}$ .

1. Déterminer les plus grands intervalles sur lesquels  $f$  est continue.
2. Montrer que l'intégrale impropre  $\int_1^{+\infty} f(t)dt$  est de même nature que  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t(1+t^2)}dt$ .  
**Indication :** On pourra faire une intégration par parties sur le segment  $[1; x]$  avec  $x > 1$ .

3. Déterminer trois réels  $a, b, c$  tels que

$$\forall t \geq 1, \quad \frac{1}{t(1+t^2)} = \frac{a}{t} + \frac{bt+c}{1+t^2}.$$

4. En déduire que  $\int_1^{+\infty} f(t)dt$  converge et calculer sa valeur.
5. Pouvait-on prévoir dès le début que l'intégrale  $\int_1^{+\infty} f(t)dt$  converge ?
6. Étudier la convergence de l'intégrale  $\int_0^1 f(t)dt$ .
7. Étudier la convergence de l'intégrale  $\int_0^{+\infty} f(t)dt$ .