

Programme de khôlle 10

Semaine du 7 décembre 2020

La colle se déroulera en trois temps :

1. Pratique calculatoire(5-10 minutes)
2. Résolution d'exercices à préparer (15 minutes)
3. Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

1 Pratique calculatoire

Donner les solutions sur \mathbb{R} des équations différentielles :

1. $(H_1) : 9y'' - 12y' + 2y = 0$
2. $(H_2) : -2y'' - 3y' + 2y = 0$
3. $(H_3) : y'' + 4y' + 6y = 0$
4. $(H_4) : y' + 2y = xe^{3x}$
5. $(H_5) : y' + 3y = xe^{-3x}$

2 Résolution d'exercices à préparer

Chaque élève résoudra un des trois exercices :

Exercice 2.1. 1. Résoudre l'équation différentielle suivante sur \mathbb{R} :

$$y'' - 4y' + 3y = 3e^x \text{ avec } y(0) = 1 \text{ et } y'(0) = 0$$

2. Résoudre l'équation différentielle suivante sur \mathbb{R} :

$$y' + y = \cos(4t)e^{-t}$$

Exercice 2.2. 1. Résoudre l'équation différentielle suivante sur \mathbb{R} :

$$y'' - 2y' + y = 2e^{3x} \text{ avec } y(0) = 1 \text{ et } y'(0) = 0.$$

2. Résoudre l'équation différentielle suivante sur $]1; +\infty[$:

$$y' - 2y = \frac{e^{2x}}{x-1}$$

Exercice 2.3. 1. Résoudre l'équation différentielle suivante sur \mathbb{R} :

$$y'' - 2y' + (1 + m^2)y = (1 + 4m^2) \cos(mx) \text{ avec } m \in \mathbb{R}$$

On discutera suivant que $m = 0$ ou $m \neq 0$.

2. Résoudre l'équation différentielle suivante sur \mathbb{R} :

$$y' + 3y = \frac{1}{(1+x^2)e^{3x}}$$

3 Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

Chap.14 : Équations différentielles linéaires d'ordre 1

1. Notion d'équation différentielle

2.Équations différentielles du premier ordre

2.1 Définition

2.2 Résolution de l'équation homogène $y'(t) + a(t)y = 0$

2.2.1 Lorsque a est une fonction constante

2.2.2 Cas général

2.3 Résolution de l'équation complète

2.4 Recherche de solutions particulières

2.4.1 Coefficient constant et second membre constant

2.4.2 Second membre de la forme $b(t) = e^{at}$, $a \in \mathbb{K}$

2.4.3 Méthode de variation de la constante

2.4.4 Principe de superposition des solutions

Chap.15 : Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

1. Définition

2.Résolution de l'équation homogène

Résolution dans \mathbb{C} et dans \mathbb{R} .

3.Résolution de l'équation complète

Existence et unicité de la solution à un problème de Cauchy.

4. Méthodes de détermination d'une solution particulière

4.1 Second membre constant

4.2 Second membre de la forme $Ae^{\omega t}$ avec $A \in \mathbb{R}$ et $\omega \in \mathbb{R}$

4.3 Second membre de la forme $A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$ avec $(A, B) \in \mathbb{R}^2$ et $\omega \in \mathbb{R}$

4.4 Principe de superposition des solutions